

# Développement d'un modèle macroscopique d'écoulement de fluides non-Newtoniens à travers un milieu poreux par prise de moyenne volumique

F. Zami-Pierre<sup>a,b</sup>, Y. Davit<sup>a</sup>, R. de Loubens<sup>b</sup>, M. Quintard<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT) - Université de Toulouse, CNRS-INPT-UPS, Toulouse FRANCE

<sup>b</sup>Total, CSTJF, Avenue Larribau, 64018 Pau, France

---

*Keywords:* non-Newtonien, glissement, changement d'échelle, prise de moyenne volumique

---

## 1. Introduction

Les écoulements de fluides complexes en milieux poreux comprennent des problématiques physiques nombreuses et sont impliqués dans un grand nombre d'applications. On peut citer les écoulements sanguins ou encore la récupération assistée de pétrole. Nous nous intéressons ici aux écoulements non-newtoniens accompagnés de mécanismes de glissement à la paroi liquide/solide. Ces modèles physiques décrivent de manière généralement acceptable l'écoulement de solutions de polymères, une des grandes familles de fluides non-Newtoniens.

Notre objectif est de développer une loi homogénéisée pour décrire l'écoulement de ces fluides dans des milieux poreux rigides en utilisant la méthode de prise de moyenne volumique. Les phénomènes à l'échelle du pore sont traités avec une attention particulière afin de proposer des lois d'échelle et des approximations correctes pour le changement d'échelle. Cette approche permet notamment de calculer les paramètres effectifs à travers la résolution de problèmes de fermeture.

## 2. Prise de moyenne volumique

A l'échelle du pore, les équations considérées sont celles de Stokes (Eqs. 1 et 2) dans le cas où la viscosité est variable. La particularité de l'étude réside dans l'introduction, outre d'un modèle rhéologique basé sur une loi de puissance avec seuil, Eq.3, d'une condition de glissement Eq.4. On obtient alors,

$$\mathbf{0} = -\nabla p_\beta + \nabla \cdot (\mu_\beta (\nabla \mathbf{v}_\beta + {}^T \nabla \mathbf{v}_\beta)) \text{ in } V_\beta, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = \mathbf{0} \text{ in } V_\beta, \quad (2)$$

$$\mu_\beta = \mu_0 \hat{\mu}(\dot{\gamma}), \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_\beta = -\ell \times \mathbf{n} \cdot (\nabla \mathbf{v}_\beta + {}^T \nabla \mathbf{v}_\beta) \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{nn}) \text{ at } A_{\beta\sigma}, \quad (4)$$

$$\mathbf{v}_\beta = \mathbf{f}(\mathbf{r}, t) \text{ at } A_{\beta e}, \quad (5)$$

avec  $\hat{\mu}(\dot{\gamma})$  une fonction qui décrit l'évolution de la viscosité avec les contraintes locales,  $\ell$  la longueur de glissement,  $V_\beta$  le volume du fluide et  $A_{\beta\sigma}$  l'interface solide/liquide. Le glissement est modélisé par une relation de glissement de type Navier. La méthode proposée ici permet de passer des équations 1-5 à l'équation homogénéisée de type Darcy suivante,

$$\langle \mathbf{v}_\beta \rangle = -\frac{\mathbf{K}(\langle \mathbf{v}_\beta \rangle, \hat{\mu}, \ell)}{\mu_0} \cdot \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta. \quad (6)$$

Dans l'équation 6, la perméabilité  $\mathbf{K}$  n'est pas un tenseur constant, comme dans le cas linéaire classique de Darcy. Avec une rhéologie complexe et un glissement à la paroi, ce tenseur évolue de manière non-linéaire avec la direction de la vitesse, sa norme, ainsi que le modèle rhéologique choisi. On retrouve plusieurs cas limites (Newtonien [3], avec glissement [1] ou avec une rhéologie en loi de puissance [2]).

### 3. Milieux poreux

Dans cette étude, trois milieux poreux différents ont été soumis à la procédure de prise de moyenne volumique proposée. Le milieu A est un treillis de cylindre 2D, le milieu S est constitué d'un empilement 3D de billes, Fig. 1a, et le milieu B est une roche réelle de type Bentheimer, Fig. 1b.

La condition de périodicité du milieu, couramment utilisée en changement d'échelle, est satisfaite en ajoutant une fine couche de fluide autour de l'échantillon. La méthode de prise de moyenne est validée par comparaison avec des simulations numériques directes sur ces échantillons.

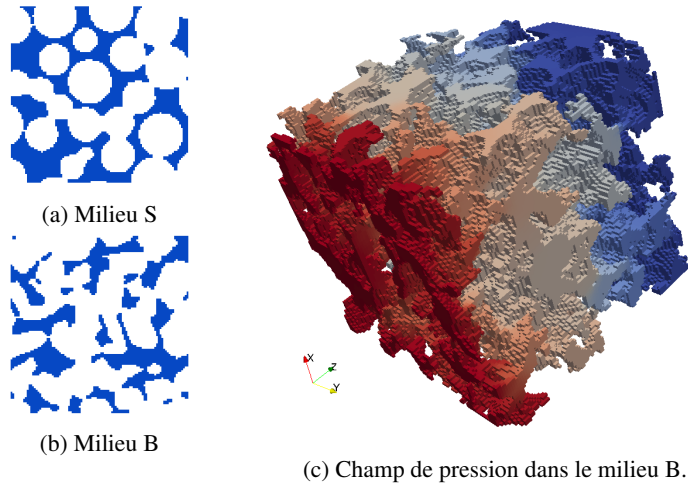


Figure 1: Illustration des milieux poreux utilisés dans cette étude.

### 4. Résultats

L'étude a permis de répondre à plusieurs interrogations et d'éclaircir les points suivants :

- Comment estimer et prédire la transition linéaire/non-linéaire macroscopique observée dans le cas d'une rhéologie avec seuil ?
- Comment quantifier et modéliser l'influence du glissement dans la transition macroscopique ?
- A l'échelle microscopique, de quelle manière le caractère non-Newtonien du fluide se propage dans le milieu ? Comment la topologie influence-t-elle cette propagation ?
- Un écoulement non-Newtonien peut-il modifier les propriétés d'anisotropie d'un milieu poreux, e.g, rendre apparemment anisotrope un milieu isotrope ?

### References

- [1] Didier Lasseux, FJ Valdes Parada, JA Ochoa Tapia, and Benoit Goyeau. A macroscopic model for slightly compressible gas slip-flow in homogeneous porous media. *Physics of Fluids (1994-present)*, 26(5):053102, 2014.
- [2] Xiao-Hong Wang, Jiang-Tao Jia, Zhi-Feng Liu, and Long-De Jin. Derivation of the darcy scale filtration equation for power-law fluids with the volume averaging method. *Journal of Porous Media*, 17(8):741–750, 2014.
- [3] Stephen Whitaker. Flow in porous media i: A theoretical derivation of darcy's law. *Transport in porous media*, 1(1):3–25, 1986.